

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse suivante : <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

**Estudios Matemáticos**  
**Nivel Medio**  
**Prueba 1**

Martes 3 de noviembre de 2020 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 hora 30 minutos

**Instrucciones para los alumnos**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Estudios Matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Aun cuando una respuesta sea incorrecta, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujarlo aproximadamente en su respuesta.

1. Se dice que el hierro que hay en el asteroide *16 Psyche* tiene un valor de 8973 cuatrillones estadounidenses de euros (EUR), donde un cuatrillón estadounidense =  $10^{15}$ .
- (a) Escriba el valor del hierro en la forma  $a \times 10^k$ , donde  $1 \leq a < 10$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . [2]
- James cree que el asteroide es aproximadamente una esfera de radio 113 km y utiliza esta información para estimar el volumen del asteroide.
- (b) Calcule la estimación del volumen que hizo James, en  $\text{km}^3$ . [2]
- Más adelante descubren que el volumen real del asteroide es de  $6,074 \times 10^6 \text{ km}^3$ .
- (c) Halle el porcentaje de error de la estimación del volumen que hizo James. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



2. La empresa Olava's Pizza Company elabora y envía a domicilio pizzas de queso grandes.

El costo total para el cliente,  $C$ , en kinas de Papúa Nueva Guinea (PGK), está modelizado por la función

$$C(n) = 34,50n + 8,50, n \geq 2, n \in \mathbb{Z},$$

donde  $n$  es el número de pizzas de queso grandes que se han pedido. Este costo total incluye un costo fijo por el envío.

(a) Indique, en el contexto de esta pregunta:

(i) Qué representa el valor 34,50.

(ii) Qué representa el valor 8,50.

[2]

(b) Escriba el número mínimo de pizzas que se pueden pedir.

[1]

Kaelani tiene 450 PGK.

(c) Halle el número máximo de pizzas de queso grandes que puede pedir Kaelani a Olava's Pizza Company.

[3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) (i) .....

(ii) .....

(b) .....

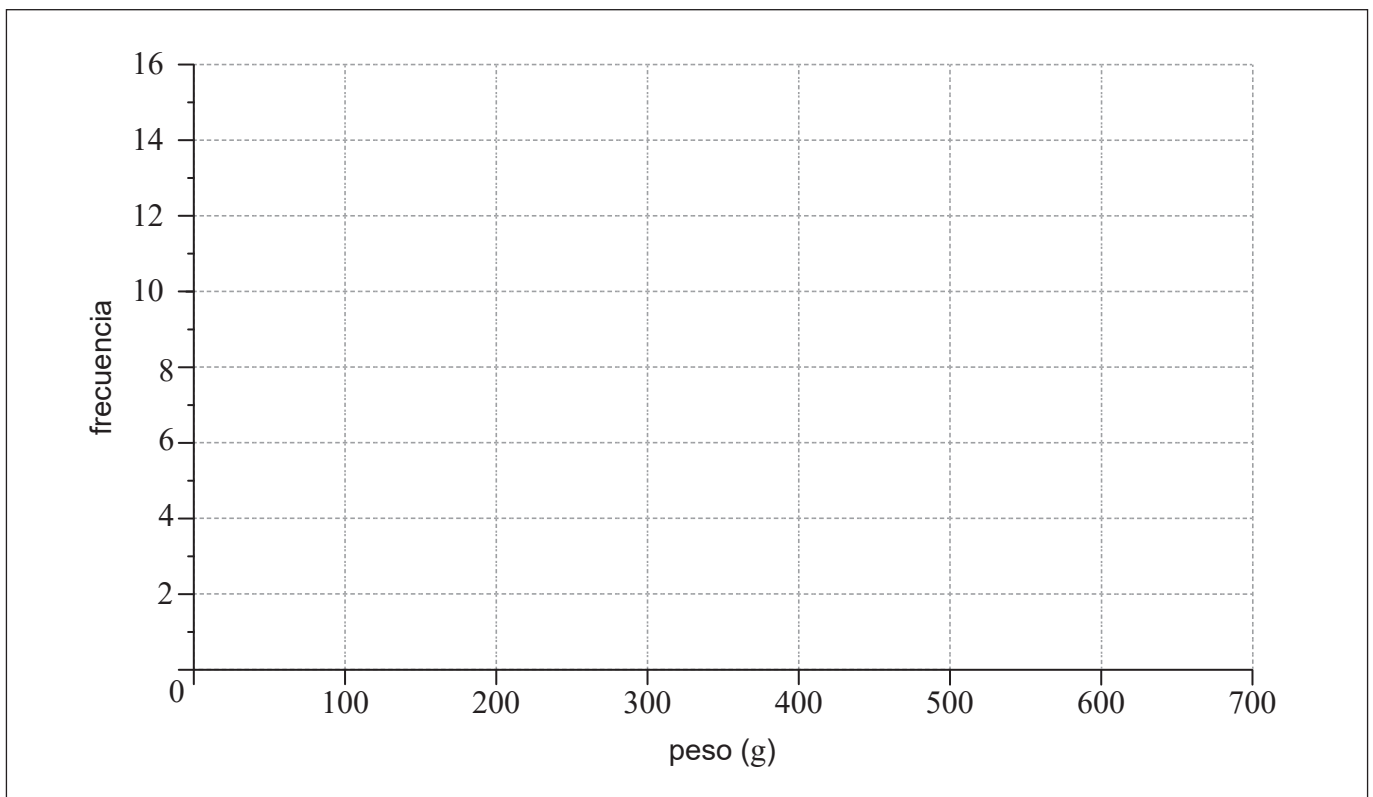
(c) .....



3. Hafizah recolecta 49 mangos de su finca. Los pesos de estos mangos,  $w$ , en gramos, se muestran en la siguiente tabla de frecuencias para datos agrupados.

Peso (g)	$100 \leq w < 200$	$200 \leq w < 300$	$300 \leq w < 400$	$400 \leq w < 500$	$500 \leq w < 600$
Frecuencia	4	7	14	16	8

- (a) Escriba la clase modal para estos datos. [1]
- (b) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar una estimación de la desviación típica de los pesos de los mangos pertenecientes a esta recolección. [2]
- (c) En la siguiente cuadrícula, dibuje con precisión un histograma que represente los datos de la tabla. [3]



**Operaciones:**

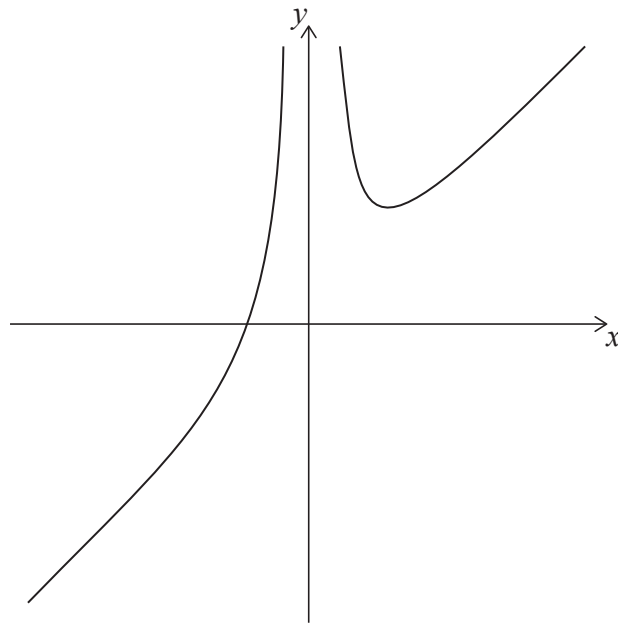
**Respuestas:**

(a) .....

(b) .....



4. Considere el gráfico de la función  $f(x) = x + \frac{12}{x^2}$ ,  $x \neq 0$ .



(a) Escriba:

(i) El cero de  $f(x)$

(ii) Las coordenadas del mínimo local

[4]

Considere la función  $g(x) = 3 - x$ .

(b) Resuelva  $f(x) = g(x)$ .

[2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) (i) .....

(ii) .....

(b) .....



5. Joe se fue de viaje a España y cambió 3400 dólares estadounidenses (USD) a euros (EUR); el tipo de cambio aplicado fue  $1 \text{ USD} = 0,8550 \text{ EUR}$ . No le cobraron ninguna comisión.

(a) Calcule la cantidad **exacta** de EUR que recibió Joe. [2]

Durante el viaje Joe se gastó en total 1473 euros, y luego cambió los euros que le quedaban a dólares estadounidenses. No se le cobró ninguna comisión.

El tipo de cambio aplicado fue  $1 \text{ USD} = 0,8494 \text{ EUR}$ .

(b) Calcule la cantidad de USD que recibió Joe. Dé la respuesta redondeando a dos lugares decimales. [2]

Mientras estaba en España, Joe se gastó 1077 euros en una moneda de oro que pesaba 31,104 gramos.

En el momento de la compra, el precio de un gramo de oro era  $x$  EUR.

(c) Halle el valor de  $x$ . [2]

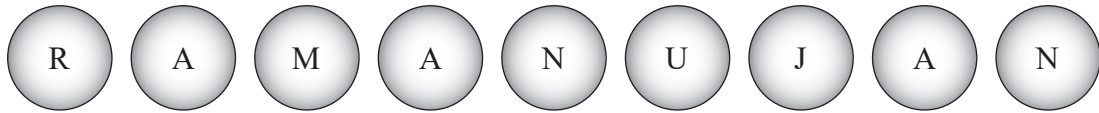
**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



6. Srinivasa introduce en una caja las nueve bolas rotuladas que se muestran a continuación.



Entonces, Srinivasa saca de la caja dos bolas al azar, de una en una. La primera bola **no se vuelve a introducir** antes de sacar la segunda.

- (a) Halle la probabilidad de que la primera bola que saque esté:
  - (i) rotulada con una A
  - (ii) rotulada con una A o rotulada con una N [2]
- (b) Halle la probabilidad de que la segunda bola que saque esté rotulada con una A, sabiendo que la primera bola que sacó estaba rotulada con una N. [2]
- (c) Halle la probabilidad de que las dos bolas que saque estén rotuladas con una N. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

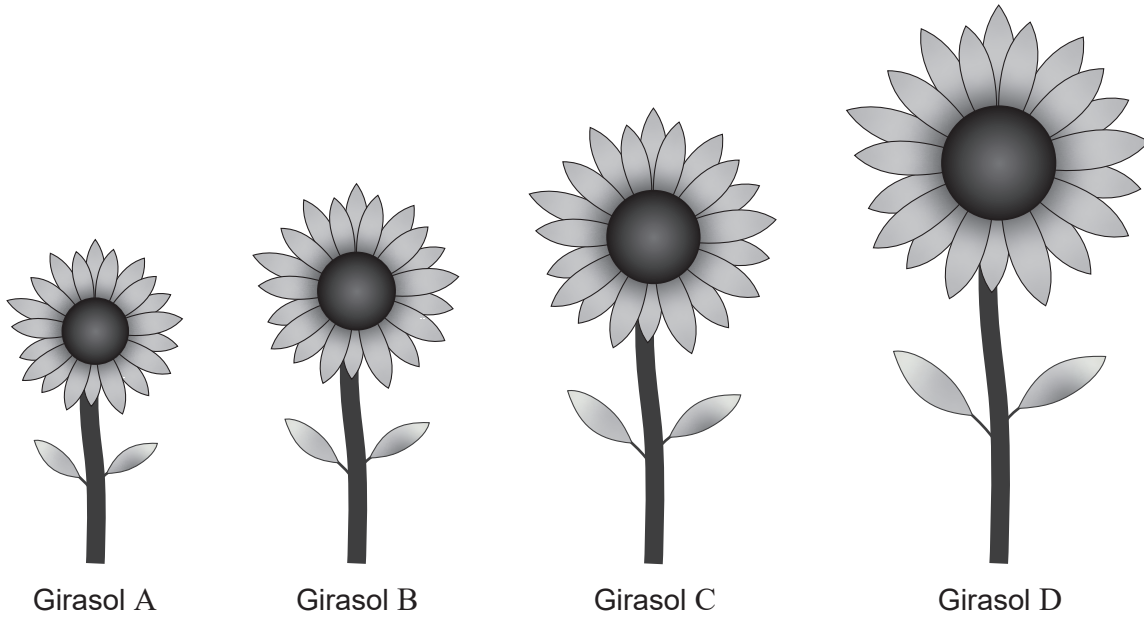
- (a) (i) .....
- (a) (ii) .....
- (b) .....
- (c) .....





7. Anne-Marie ha plantado cuatro girasoles por orden de altura, del más bajo al más alto.

la figura no está dibujada a escala



El girasol C mide 32 cm de alto.

La mediana de las alturas de los girasoles es 24 cm.

(a) Halle la altura del girasol B. [2]

El rango de las alturas es 50 cm. La altura del girasol A es  $p$  cm y la altura del girasol D es  $q$  cm.

(b) Utilizando esta información, escriba una ecuación que relacione  $p$  y  $q$ . [1]

La media de las alturas de los girasoles es 27 cm.

(c) Escriba una segunda ecuación que relacione  $p$  y  $q$ . [1]

(d) Utilizando las respuestas obtenidas en los apartados (b) y (c), halle la altura de:

(i) El girasol A

(ii) El girasol D [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



**(Pregunta 7: continuación)**

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(b) .....

(c) .....

.....

(d) (i) .....

(ii) .....



20EP09

**Véase al dorso**

8. En esta pregunta, dé las respuestas redondeando al número entero más próximo.

Imon invierte 25 000 dólares de Singapur (SGD) en un depósito a plazo fijo que ofrece un tipo de interés nominal anual del 3,6 %, compuesto **mensualmente**.

(a) Calcule el valor de la inversión de Imon al cabo de 5 años. [3]

Al final de esos 5 años, Imon saca  $x$  SGD de ese depósito a plazo fijo y los reinvierte en una cuenta de superahorro que ofrece un tipo de interés nominal anual del 5,7 %, compuesto **semestralmente**.

El valor de esa cuenta de superahorro aumenta hasta los 20 000 SGD al cabo de 18 meses.

(b) Halle el valor de  $x$ . [3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(b) .....



9. Considere las siguientes dos proposiciones  $p$  y  $q$ .

$p$ : Consigo el trabajo  
 $q$ : Tengo experiencia

(a) Escriba con palabras  $p \leftrightarrow \neg q$ . [2]

(b) Complete la siguiente tabla de verdad. [2]

$p$	$q$	$\neg q$	$p \leftrightarrow q$	$p \leftrightarrow \neg q$	$(p \leftrightarrow q) \wedge (p \leftrightarrow \neg q)$
V	V	F	V		
V	F	V	F		
F	V	F	F		
F	F	V	V		

(c) (i) Determine si la proposición compuesta  $(p \leftrightarrow q) \wedge (p \leftrightarrow \neg q)$  es una tautología, una contradicción o ninguna de las dos.

(ii) Justifique la respuesta dada en el apartado (c)(i) haciendo referencia a la tabla de verdad. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

.....

.....

.....

(c) (i) .....

(ii) .....



10. En 90 viajes que hizo a la oficina, Isaac fue anotando si ese día llovía o no. También anotó el tiempo que había tardado en llegar a la oficina y clasificó cada viaje como corto, mediano o largo.

De esos 90 viajes a la oficina, hubo 3 viajes cortos en días que llovía, 22 viajes medianos en días que llovía y 15 viajes largos en días que llovía. También hubo 14 viajes cortos en días que no llovía.

Isaac realizó con estos datos una prueba  $\chi^2$  a un nivel de significación del 5%, con la que analizó los tipos de viaje y el tiempo que había hecho.

(a) Escriba la hipótesis nula,  $H_0$ , para esta prueba. [1]

(b) Halle el número esperado de viajes cortos en días que llovía. [3]

Para esta prueba, el valor del parámetro  $p$  es 0,0206.

(c) Indique la conclusión que se puede extraer de la prueba que ha hecho Isaac. Justifique su razonamiento. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

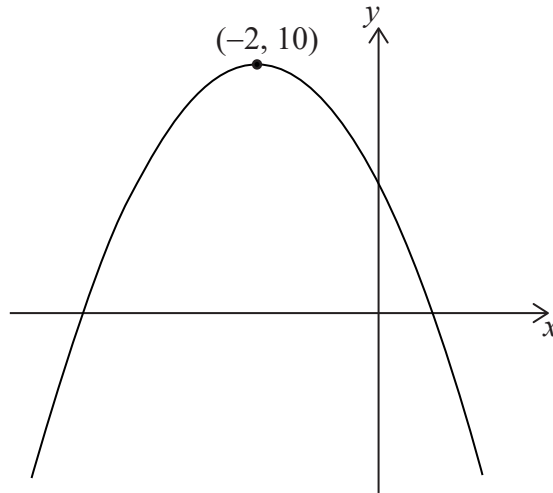
(b) .....

(c) .....

.....



11. La figura muestra el gráfico de la función cuadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , cuyo vértice es  $(-2, 10)$ .



La ecuación  $f(x) = k$  tiene dos soluciones. Una de esas soluciones es  $x=2$ .

- (a) Escriba la otra solución de  $f(x) = k$ . [2]
- (b) Complete la siguiente tabla poniendo un tic (✓) para indicar si los parámetros desconocidos  $a$  y  $b$  son positivos, iguales a cero o negativos. Se ha completado a modo de ejemplo la fila correspondiente a  $c$ . [2]

	Positivo	Cero	Negativo
$a$			
$b$			
$c$	✓		

- (c) Indique los valores de  $x$  para los que  $f(x)$  es decreciente. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(c) .....

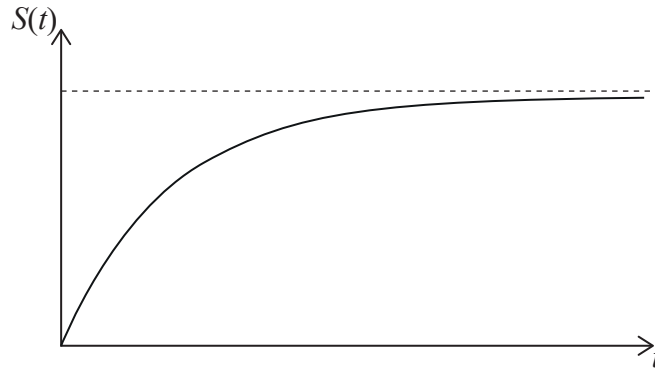


12. Jean-Pierre salta desde un avión que vuela a una altitud constante. Antes de abrir el paracaídas, pasa por un período de caída libre.

Mientras está en caída libre, la velocidad vertical de Jean-Pierre,  $S$ , en  $\text{ms}^{-1}$ , está modelizada por la siguiente función:

$$S(t) = K - 60(1,2^{-t}), t \geq 0,$$

donde  $t$  es el número de segundos que han transcurrido desde que saltó del avión y  $K$  es una constante. A continuación se muestra un dibujo aproximado de la velocidad vertical de Jean-Pierre en función del tiempo.



La velocidad vertical inicial de Jean-Pierre es  $0 \text{ms}^{-1}$ .

- (a) Halle el valor de  $K$ . [2]
- (b) En el contexto de este modelo, indique qué representa la asíntota horizontal. [1]
- (c) Halle la velocidad vertical que tendrá Jean-Pierre al cabo de 10 segundos. Dé la respuesta en  $\text{km h}^{-1}$ . [3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



13. Considere el gráfico de la función  $f(x) = x^2 - \frac{k}{x}$ .

(a) Escriba  $f'(x)$ . [3]

La ecuación de la tangente al gráfico de  $y = f(x)$  en  $x = -2$  es  $2y = 4 - 5x$ .

(b) Escriba la pendiente de esta tangente. [1]

(c) Halle el valor de  $k$ . [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(b) .....

(c) .....





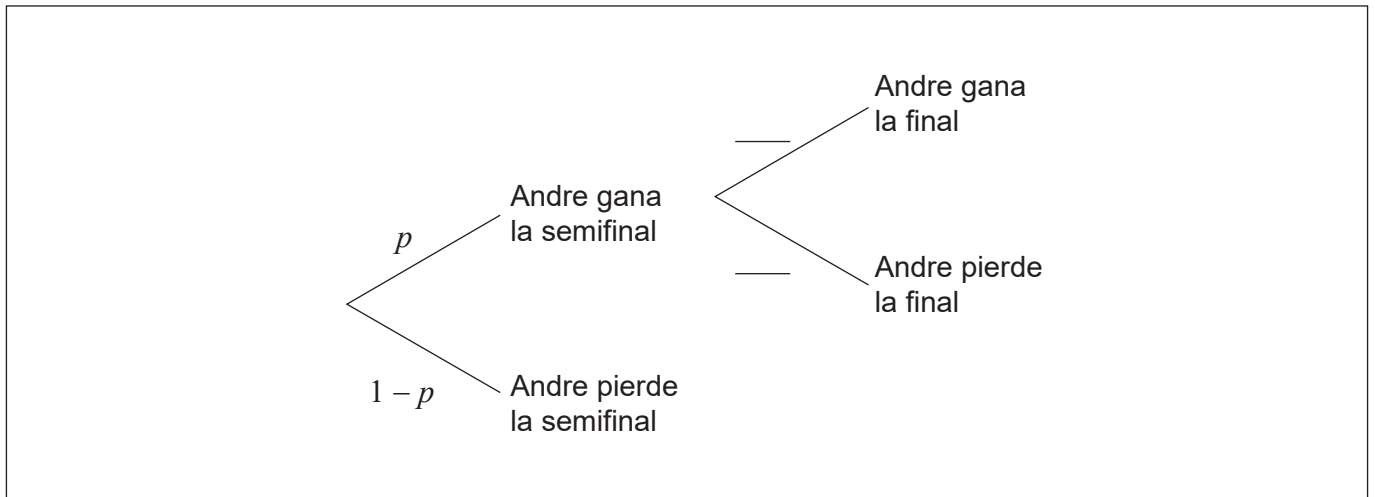
14. Andre va a jugar la semifinal de un torneo de tenis.

Si Andre gana la semifinal, pasará a la final. Si Andre pierde la semifinal, **no** pasará a la final.

Si Andre gana la final, será el campeón del torneo.

La probabilidad de que Andre gane la semifinal es igual a  $p$ . Si Andre gana la semifinal, entonces la probabilidad de que sea el campeón del torneo es igual a 0,6.

(a) Complete los valores del siguiente diagrama de árbol. [1]



La probabilidad de que Andre no sea el campeón del torneo es igual a 0,58.

(b) Halle el valor de  $p$ . [2]

(c) Sabiendo que Andre no fue el campeón del torneo, halle la probabilidad de que perdiera en la semifinal. [3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(b) .....

(c) .....



15. Mia hornea un bizcocho de manzana muy grande y luego lo corta en trozos para compartirlo con sus amigos. Primero corta el trozo más pequeño. Los volúmenes de los sucesivos trozos de bizcocho forman una progresión geométrica.

El segundo trozo más pequeño tiene un volumen de  $30 \text{ cm}^3$ . El quinto trozo más pequeño tiene un volumen de  $240 \text{ cm}^3$ .

(a) Halle la razón de esta progresión. [2]

(b) Halle el volumen del trozo de bizcocho más pequeño. [2]

El volumen del bizcocho es igual a  $61\,425 \text{ cm}^3$ .

(c) Halle el número total de trozos que puede cortar Mia en este bizcocho. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(b) .....

(c) .....



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



20EP18

**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



20EP19

**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



20EP20